

I. PHẦN I: CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1: (ID: 749500) Phương trình $2\sin x - \sqrt{3} = 0$ có tập nghiệm là:

- A. $\left\{ \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
B. $\left\{ \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
C. $\left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi, \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
D. $\left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi, \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 2: (ID: 749501) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1) < 3$ là:

- A. $(-\infty; 10)$.
B. $(1; 9)$.
C. $(1; 10)$.
D. $(-\infty; 9)$.

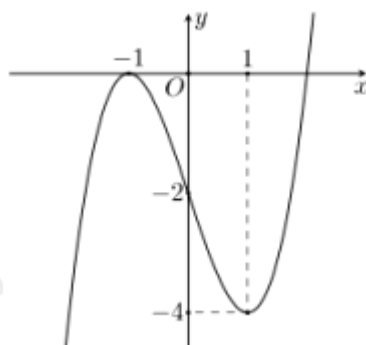
Câu 3: (ID: 749502) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	1	-3	$+\infty$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

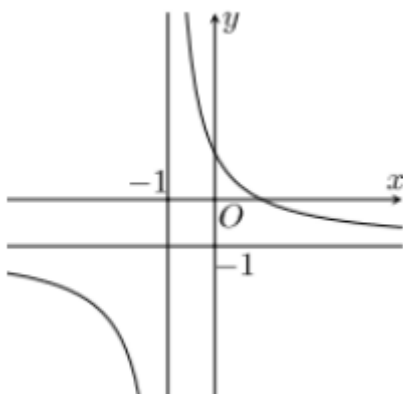
- A. $(-\infty; 1)$.
B. $(3; +\infty)$.
C. $(-1; 3)$.
D. $(-3; +\infty)$.

Câu 4: (ID: 749503) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho là



- A. -1 .
B. 1 .
C. $(2; 0)$.
D. $(1; -4)$.

Câu 5: (ID: 749504) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Đường thẳng nào sau đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho



- A. $x=1$. B. $x=-1$. C. $y=1$. D. $y=-1$.

Câu 6: (ID: 749505) Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G_1 và G_2 lần lượt là trọng tâm các tam giác BCD và ACD . Khẳng định nào sau đây SAI?

- A. $G_1G_2 \parallel (ABD)$. B. $G_1G_2 \parallel (ABC)$.
C. BG_1, AG_2 và CD đồng quy. D. $G_1G_2 = \frac{2}{3}AB$.

Câu 7: (ID: 749506) Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ cạnh a . Khẳng định nào sau đây SAI?

- A. $|\overrightarrow{BD}| = a\sqrt{2}$. B. $|\overrightarrow{BD'}| = a\sqrt{3}$. C. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC'} = \vec{0}$. D. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD'}$.

Câu 8: (ID: 749507) Trong không gian tọa độ Oxyz cho điểm $M(1; -\sqrt{2}; \sqrt{3})$. Tìm điểm $M' \in Ox$ sao cho độ dài đoạn thẳng MM' ngắn nhất.

- A. $M'(-1; 0; 0)$. B. $M'(1; 0; 0)$. C. $M'(1; 0; \sqrt{3})$. D. $M'(1; -\sqrt{2}; 0)$.

Câu 9: (ID: 749508) Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 3$ và công sai $d = 3$. Tính u_3 của cấp số cộng đã cho

- A. 6. B. 7. C. 8. D. 9.

Câu 10: (ID: 749509) Một nhóm học sinh gồm 20 học sinh nam và 10 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn một học sinh trong nhóm đó tham gia đội thanh niên tình nguyện của trường?

- A. 200. B. 20. C. 30. D. 10.

Câu 11: (ID: 749510) Thầy Kiệt khảo sát chiều cao của 52 học sinh khối 12 trường THPT Đào Duy Từ thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau

Khoảng chiều cao (cm)	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)	[175;180)
Số học sinh	7	14	10	12	9

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là

A. 25.

B. 24.

C. 7.

D. 20.

Câu 12: (ID: 749511) Cho mẫu số liệu điểm môn Toán của một nhóm học sinh như sau:

Điểm	[6;7)	[7;8)	[8;9)	[9;10]
Số học sinh	8	7	10	5

Một của mẫu số liệu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) là:

A. 7,91.

B. 8,38.

C. 8,37.

D. 7,95.

II PHÂN II: CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 1: (ID: 749516) Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị (C).

- a) Đồ thị (C) có tiệm cận đứng $x=1$ và tiệm cận ngang $y=1$.
- b) Hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng xác định của nó.
- c) Có đúng 3 điểm thuộc đồ thị (C) mà tọa độ của chúng là những số nguyên.
- d) Gọi M là điểm nằm trên đồ thị (C) và H, K tương ứng là hình chiếu vuông góc của M trên các trục Ox và Oy. Có 2 điểm M có hoành độ dương thỏa mãn tứ giác MHOK có diện tích bằng 2.

Câu 2: (ID: 749531) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho tam giác ABC với $A(4;0;2)$, $B(1;-4;-2)$ và $C(2;1;1)$

- a) Tọa độ trọng tâm tam giác ABC là $G\left(\frac{7}{3}; -1; \frac{1}{3}\right)$.
- b) Điểm D thỏa mãn ABDC là hình bình hành, khi đó tọa độ điểm D là $D(5;5;5)$.
- c) Tam giác ABC là tam giác tù.
- d) Gọi điểm $E(a;b;c)$ là giao điểm của đường thẳng BC với mặt phẳng tọa độ (Oxz), khi đó $\frac{2a}{c} + b = \frac{9}{2}$.

Câu 3: (ID: 749593) Cho hình chóp $S \cdot ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$, $ABCD$ là hình vuông tâm là O cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm của SA. Trong mp(SAB) kẻ AH vuông góc với SB. Khi đó

- a) $AH \perp (SBC)$.
- b) $d(A, (SBC)) = \frac{\sqrt{3}}{3}a$.
- c) Góc giữa OM và mặt phẳng (SAB) là α , $\tan \alpha = \frac{1}{2}$.
- d) $\frac{V_{A.MOH}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{8}$.

Câu 4: (ID: 749634) Thống kê nhiệt độ trung bình của tháng 2 tại thành phố Thanh Hóa từ 2004 đến hết 2023 (20 năm) được kết quả sau:

Lớp nhiệt độ $^{\circ}\text{C}$	Tần số
[12;14)	1
[14;16)	3
[16;18)	12
[18;20)	9
[20;22)	5
Tổng	30

- a) Khoảng biến thiên của bảng số liệu là $10(^{\circ}\text{C})$.
- b) Giá trị trung bình là $18(^{\circ}\text{C})$ (làm tròn đến hàng đơn vị)
- c) Phương sai của mẫu số liệu này là $3,94(^{\circ}\text{C})$ (làm tròn đến hàng phần trăm).
- d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu này là $1,98(^{\circ}\text{C})$ (làm tròn đến hàng phần trăm).

III PHẦN III: CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

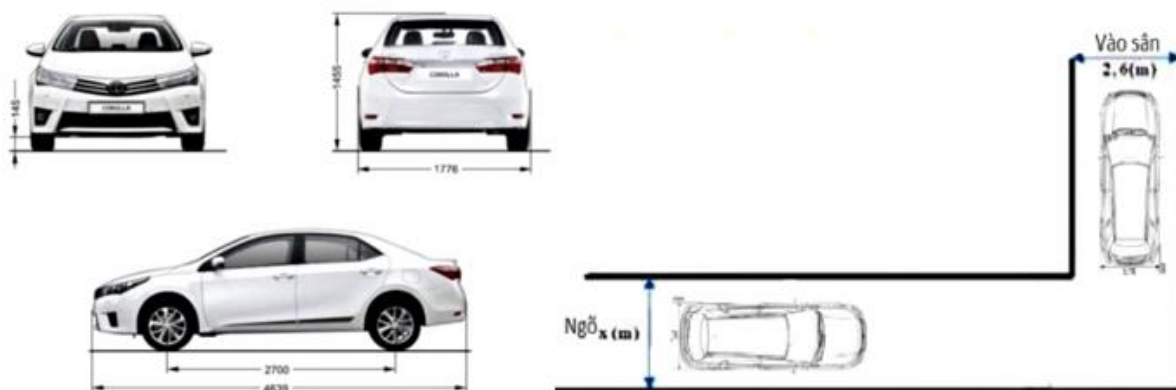
Câu 1: (ID: 749635) Một vật chuyển động theo quy luật $S = -t^3 + 18t^2$, với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu (m/s)?

Câu 2: (ID: 749636) Cho biết kim tự tháp Memphis tại bang Tennessee (Mỹ) có dạng hình chóp tứ giác đều với chiều cao 98m và cạnh đáy 180m. Gọi góc nhị diện tạo bởi mặt bên và mặt đáy là α . Tính $\tan \alpha$, làm tròn đến hàng phần trăm.



Câu 3: (ID: 749637) Đồ tam hưởng là trò chơi dân gian có thưởng trong ngày Tết xưa ở một số địa phương. Trong trò chơi này, người chơi gieo đồng thời 3 con súc sắc đồng chất và người chơi thắng cuộc nếu trong ba con súc sắc có ít nhất hai con súc sắc xuất hiện mặt 6 chấm. Biết rằng xác suất để trong 4 ván, người chơi thắng ít nhất 3 ván là $\frac{a}{b}$ (với a, b là các số nguyên dương và phân số $\frac{a}{b}$ tối giản). Khi đó $b - 650a$ bằng bao nhiêu?

Câu 4: (ID: 749643) Thầy Trương muốn mua một chiếc ô tô. Ngõ từ đường vào sân nhà thầy hình chữ L.



Đoạn đường đầu tiên có chiều rộng bằng $x(m)$, đoạn đường thẳng vào sân chiều rộng $2,6(m)$. Biết kích thước xe ô tô như hình vẽ trên (đơn vị milimet) và để ô tô đi qua an toàn thì chiều rộng và chiều dài tương ứng của đoạn đường phải lớn hơn kích thước thiết kế của ô tô một khoảng, cụ thể là $5m \times 1,9m$ (chiều dài $\times$ chiều rộng). Để tính toán và thiết kế đường đi cho ô tô từ ngõ vào sân, thầy Trương coi ô tô như một khối hộp chữ nhật có kích thước chiều dài là $5(m)$, chiều rộng $1,9(m)$. Chiều rộng nhỏ nhất của đoạn đường đầu tiên là

$x = \frac{p}{q}(m)$ (với p, q là các số nguyên dương và phân số $\frac{p}{q}$ tối giản) để ô tô của thầy Trương có thể đi vào được sân (giả thiết ô tô không đi ra ngoài đường, không đi nghiêng và ô tô không bị biến dạng). Khi đó $p + q$ bằng bao nhiêu?

Câu 5: (ID: 749654) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho $A(-1; 2; 1), B(2; -1; 3), C(3; 5; -1)$. Điểm $M(a; b; c)$ trên mặt phẳng (Oyz) sao cho $|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{CM}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó ta có $2b + c$ bằng bao nhiêu?

Câu 6: (ID: 749655) Một công ty xây dựng khảo sát khách hàng xem họ có nhu cầu mua nhà ở mức giá nào. Kết quả khảo sát được ghi lại ở bảng sau:

Mức giá (triệu đồng/ m^2)	[10; 14)	[14; 18)	[18; 22)	[22; 26)	[26; 30)
Số khách hàng	54	78	120	45	12

Công ty nên xây nhà ở mức giá nào (bao nhiêu tiền một mét vuông) để nhiều người có nhu cầu mua nhất. Biết rằng Một của bảng số liệu trên là căn cứ để lựa chọn (đơn vị là triệu đồng và làm tròn đến hàng phần mười)?

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN TUYENSINH247.COM

I PHẦN I: CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

1.D	2.B	3.B	4.D	5.D	6.D
7.C	8.B	9.D	10.C	11.A	12.B

Câu 1 (TH):

Phương pháp:

Giải phương trình lượng giác $\sin x = a$.

Cách giải:

$$2 \sin x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là:

$$S = \left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi, \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

Chọn D.

Câu 2 (NB):

Phương pháp:

Tìm tập xác định, giải bất phương trình.

Cách giải:

Điều kiện: $x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Ta có: $\log_2(x - 1) < 3 \Rightarrow x - 1 < 8 \Leftrightarrow x < 9$.

Kết hợp điều kiện ta có tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $(1; 9)$.

Chọn B.

Câu 3 (NB):

Cách giải:

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và $(3; +\infty)$.

Chọn B.

Câu 4 (NB):

Cách giải:

Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(1; -4)$.

Chọn D.

Câu 5 (NB):

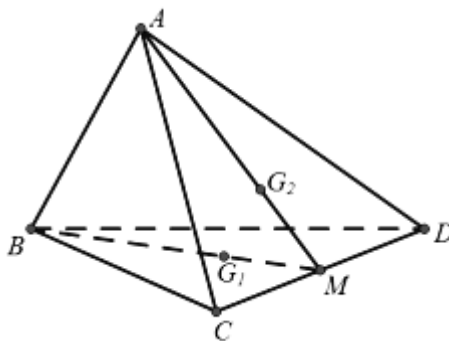
Cách giải:

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường $y = -1$.

Chọn D.

Câu 6 (TH):

Cách giải:



$$\text{Gọi } M \text{ là trung điểm } CD \Rightarrow \begin{cases} G_1 \in BM; \frac{MG_1}{MB} = \frac{1}{3} \\ G_2 \in AM; \frac{MG_2}{MA} = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Xét tam giác ABM, ta có $\frac{1}{3} = \frac{MG_1}{MB} = \frac{MG_2}{MA} \Rightarrow G_1G_2 \parallel AB$ (định lí Thales đảo)

$$\Rightarrow \frac{G_1G_2}{AB} = \frac{MG_1}{MB} = \frac{1}{3} \Rightarrow G_1G_2 = \frac{1}{3} AB.$$

Chọn D.

Câu 7 (TH):

Cách giải:

Ta có $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AC}$.

Chọn C.

Câu 8 (TH):

Cách giải:

MM' ngắn nhất khi điểm M' là hình chiếu điểm M trên trục Ox

$$\Rightarrow M'(1; 0; 0).$$

Chọn B.

Câu 9 (TH):

Cách giải:

$$u_3 = u_1 + 2d = 3 + 2.3 = 9.$$

Chọn D.

Câu 10 (TH):

Cách giải:

Ta có số cách chọn: $20 + 10 = 30$.

Chọn C.

Câu 11 (NB):

Cách giải:

Khoảng biến thiên $R = 180 - 155 = 25$.

Chọn A.

Câu 12 (NB):

Cách giải:

Nhóm chứa Một là $[8; 9)$.

Mốt của mẫu số liệu là $M_e = 8 + \frac{10-7}{10-7+10-5}(9-8) \approx 8,38$

Chọn B.

II PHẦN II: CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu	1	2	3	4
Đáp án	SĐSS	ĐSSS	ĐSĐS	ĐĐSĐ

Câu 1 (TH):

Cách giải:

a) Sai: Đồ thị (C) có tiệm cận đứng $x=1$ và tiệm cận ngang $y=2$.

b) Đúng: Có TXĐ: $D = \mathbb{R}$, $y' = \frac{-3}{(x-1)^2}$

c) Sai

d) Sai: Gọi $M\left(a; \frac{2a+1}{a-1}\right) \in (C) (a \neq 1)$.

Tứ giác M H O K là hình chữ nhật.

Ta có: $S_{MHKO} = MH \cdot MK = d(M; Ox) \cdot d(M; Oy)$

$$= |a| \cdot \left| \frac{2a+1}{a-1} \right| = \left| \frac{2a^2+a}{a-1} \right| = 2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a^2 + a = 2a - 2 \\ 2a^2 + a = -2a + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a^2 - a + 2 = 0 \\ 2a^2 + 3a - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ a = -2 \end{cases}$$

Vậy $M\left(\frac{1}{2}; 4\right)$ và $M(-2; 1)$

Câu 2 (TH):

Cách giải:

a) Tọa độ trọng tâm là $G\left(\frac{4+1+2}{3}; \frac{0+(-4)+1}{3}; \frac{2+(-2)+1}{3}\right) = G\left(\frac{7}{3}; -1; \frac{1}{3}\right)$.

b) Sai: Tứ giác ABDC là hình bình hành khi và chỉ khi

$$\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D - 2 = -3 \\ y_D - 1 = -4 \\ z_D - 1 = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -1 \\ y_D = -3 \\ z_D = -3 \end{cases}$$

Vậy $D(-1; -3; -3)$

c) Ta có $\overrightarrow{BC} = (1; 5; 3); \overrightarrow{AC} = (-2; 1; -1)$.

Do đó $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AC} = -2 + 5 - 3 = 0$ nên tam giác ABC vuông tại C.

d) Sai: Vì E thuộc mặt phẳng Oxz nên $E(a; 0; c)$.

Ta có $\overrightarrow{BE} = (a-1; 4; c+2), \overrightarrow{BC} = (1; 5; 3)$.

E là giao điểm của đường thẳng B C với mặt phẳng (Oxz)

Suy ra B, C, E thẳng hàng nên hai vectơ $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BE}$ cùng phương, do đó:

$$\overrightarrow{BE} = k\overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} a-1=k \\ 4=5k \\ c+2=3k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{9}{5} \\ k=\frac{4}{5} \\ c=\frac{2}{5} \end{cases}$$

Suy ra $E\left(\frac{9}{5}; 0; \frac{2}{5}\right) \Rightarrow \frac{2a}{c} + b = 9$

Câu 3 (VD):

Cách giải:

a) Đúng: Kẻ $AH \perp SB$ tại H

Ta có: $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$

Ta lại có: $AH \perp SB \Rightarrow AH \perp (SBC)$

b) Sai: Theo câu a, $d(A, (SBC)) = AH$.

$$\text{Ta có: } AH = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{(\sqrt{3}a)^2} + \frac{1}{a^2}}} = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

$$\text{Vậy } d(A, (SBC)) = \frac{\sqrt{3}}{2}a.$$

c) Đúng: Gọi N là trung điểm của AB

$$\Rightarrow OM \perp (SAB) \Rightarrow (OM, (SAB)) = OMN = \alpha$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{ON}{MN} = \frac{1}{2}.$$

d) Sai: Tam giác AHM đều, cạnh $\frac{\sqrt{3}}{2}a$.

$$\frac{V_{A-MOH}}{V_{S-ABCD}} = \frac{V_{O-AHM}}{V_{S-ABCD}} = \frac{\frac{1}{3} \cdot ON \cdot \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}}{\frac{1}{3} \cdot SA \cdot AB \cdot AD} = \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{3a^2}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}}{\frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot a \cdot a} = \frac{3}{32}.$$

Câu 4 (TH):

Cách giải:

a) Đúng: Khoảng biến thiên của mẫu số liệu

$$R = \text{Giá trị lớn nhất} - \text{Giá trị nhỏ nhất} = 22 - 12 = 10(^{\circ}\text{C}).$$

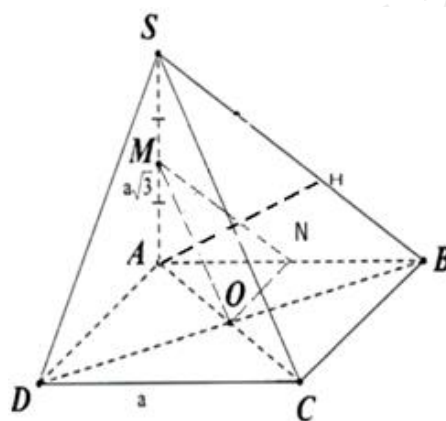
$$\text{b) Sai: Ta có số trung bình của mẫu số liệu: } \bar{x} = \frac{1.13 + 15.3 + 12.17 + 9.19 + 5.21}{30} \approx 17,93(^{\circ}\text{C})$$

c) Sai: Phương sai của mẫu số liệu là

$$s_x^2 = \frac{1 \cdot (13 - 17,93)^2 + 3 \cdot (15 - 17,93)^2 + 12 \cdot (17 - 17,93)^2 + 9 \cdot (19 - 17,93)^2 + 5 \cdot (21 - 17,93)^2}{30} \approx 3,93(^{\circ}\text{C}).$$

d) Đúng: Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu:

$$S_x = \sqrt{s_x^2} \approx 1,98(^{\circ}\text{C})$$



III PHẦN III: CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	108	1,09	347	47	4	19,4

Câu 1 (VD):

Cách giải:

Ta có: $v(t) = s'(t) = -3t^2 + 36t$ với $t \in [0; 10]$.

$$v'(t) = -6t + 36$$

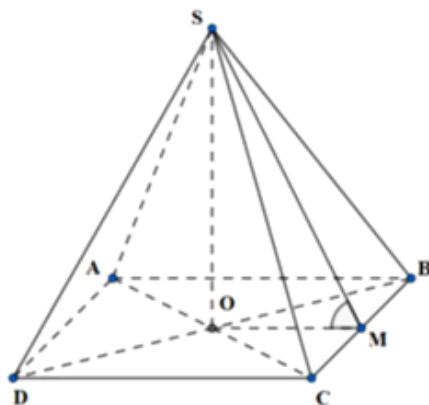
$$v'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 6$$

Ta có $v(0) = 0; v(10) = 60; v(6) = 108$

Vậy vận tốc lớn nhất của vật trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động là 108(m/s)

Câu 2 (VD):

Cách giải:



Kê $SM \perp BC$

Mà $BC \perp SO$ nên $BC \perp (SOM)$.

Suy ra $BC \perp OM$

Do đó góc nhị diện tạo bởi mặt bên và mặt đáy là SMO

Ta có: $SO = 98; OM = \frac{1}{2} \cdot 180 = 90$

Suy ra: $\tan SOM = \frac{SO}{OM} = 1,09$.

Câu 3 (VD):

Cách giải:

Gọi P là xác suất thắng trong 1 ván.

Điều kiện ván thắng là "có ít nhất hai con súc sắc xuất hiện mặt 6 chấm" tức là ván thắng phải xuất hiện hai mặt 6 chấm hoặc ba mặt 6 chấm.

Xác suất ván "xuất hiện hai mặt 6 chấm" là: $C_3^2 \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right) = \frac{5}{72} C_3^2 \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right) = \frac{5}{72}$

Xác suất ván "xuất hiện ba mặt 6 chấm" là: $\left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{1}{216}$

Do đó $P = \frac{5}{72} + \frac{1}{216} = \frac{2}{27} \Rightarrow \bar{P} = \frac{25}{27}$

Xác suất để người chơi thắng ít nhất 3 ván là $C_4^3 \left(\frac{2}{27}\right)^3 \frac{25}{27} + \left(\frac{2}{27}\right)^4 = \frac{272}{177147}$.

Xác suất ván "xuất hiện ba mặt 6 chấm" là: $\left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{1}{216}$

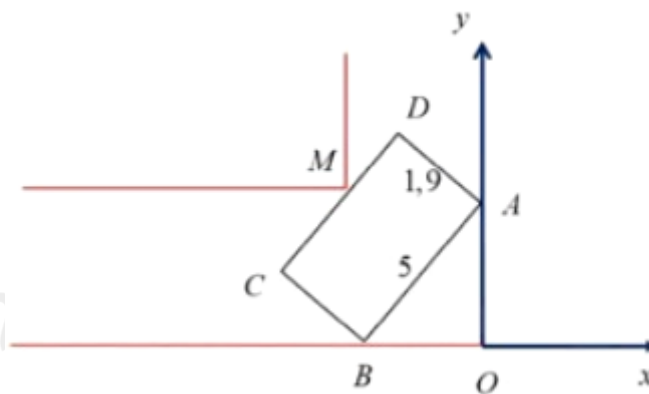
Do đó $P = \frac{5}{72} + \frac{1}{216} = \frac{2}{27} \Rightarrow \bar{P} = \frac{25}{27}$.

Xác suất để người chơi thắng ít nhất 3 ván là $C_4^3 \left(\frac{2}{27}\right)^3 \frac{25}{27} + \left(\frac{2}{27}\right)^4 = \frac{272}{177147}$.

Suy ra $b - 650a = 347$.

Câu 4 (TH):

Cách giải:



Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ. Khi đó, $M(-2, 6; h)$.

Gọi $B(-a; 0)$, suy ra $A(0; \sqrt{25-a^2})$, $a > 0$.

Từ đó, phương trình của AB là $\frac{x}{-a} + \frac{y}{\sqrt{25-a^2}} = 1$.

Do $CD \parallel AB$ nên phương trình CD là $\frac{x}{-a} + \frac{y}{\sqrt{25-a^2}} - k = 0$.

Khoảng cách giữa AB và CD là chiều rộng của ô tô và bằng 1,9m

Nên $\frac{|k-1|}{\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{25-a^2}}\right)^2}} = 1,9 \Leftrightarrow k = 1 + \frac{9,5}{a\sqrt{25-a^2}}$

Vì CD nằm phía trên AB nên $k > 1$

Phương trình CD được viết lại là $\frac{x}{-a} + \frac{y}{\sqrt{25-a^2}} - 1 - \frac{9,5}{a\sqrt{25-a^2}} = 0$

Điều kiện để ô tô đi qua được là M và O nằm khác phía đối với đường thẳng CD.

Suy ra $\left(\frac{2,6}{a} + \frac{h}{\sqrt{25-a^2}} - 1 - \frac{9,5}{a\sqrt{25-a^2}} \right) \left(-1 - \frac{9,5}{a\sqrt{25-a^2}} \right) \leq 0$

$\Leftrightarrow \frac{2,6}{a} + \frac{h}{\sqrt{25-a^2}} - 1 - \frac{9,5}{a\sqrt{25-a^2}} \geq 0$

$\Leftrightarrow h \geq \sqrt{25-a^2} + \frac{9,5}{a} - \frac{2,6\sqrt{25-a^2}}{a}$ (đúng với mọi $a \in (0;5]$).

Xét hàm số $f(a) = \sqrt{25-a^2} + \frac{9,5}{a} - \frac{2,6\sqrt{25-a^2}}{a}$ trên nửa khoảng $(0;5]$.

Ta có $f'(a) = \frac{65-9,5\sqrt{25-a^2}-a^3}{a^2\sqrt{25-a^2}} \Rightarrow f'(a) = 0 \Leftrightarrow a = 3 \in (0;5)$.

Bảng biến thiên:

a	0	3	5	
$f'(a)$		+	0	−
$f(a)$	$-\infty$ $\nearrow$ $\frac{37}{10}$ $\searrow$ $\frac{19}{10}$			

Do đó, $h \geq f(a), \forall a \in (0;5] \Leftrightarrow h \geq \frac{37}{10}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của x là $x = \frac{37}{10}$

Vậy $p+q=47$ là giá trị cần tìm.

Câu 5 (VD):

Phương pháp:

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC.

Biểu diễn lại phép tính vector:

$\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{CM} = 3\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{MB}$

Tìm tọa độ điểm M.

Cách giải:

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC .

$$\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MB} = 3\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{MB}$$

$$\text{Nên } |\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{CM}| = |3\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{MB}| = |3\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MN} + 3\overrightarrow{NG} + \overrightarrow{NB}|$$

$$\text{Gọi } N \text{ là điểm thỏa } 3\overrightarrow{NG} + \overrightarrow{NB} = \vec{0} \text{ nên } |3\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{MB}| = |4\overrightarrow{MN}|.$$

Để $|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{CM}|$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $|4\overrightarrow{MN}|$ đạt giá trị nhỏ nhất hay M là hình chiếu của N lên mặt phẳng (Oyz) .

$$\text{Tọa độ trọng tâm của tam giác } ABC \text{ là: } G\left(\frac{4}{3}; 2; 1\right).$$

$$3\overrightarrow{NG} + \overrightarrow{NB} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(x_G - x_N) + (x_B - x_N) = 0 \\ 3(y_G - y_N) + (y_B - y_N) = 0 \\ 3(z_G - z_N) + (z_B - z_N) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_N = \frac{1}{4}(3x_G + x_B) \\ y_N = \frac{1}{4}(3y_G + y_B) \\ z_N = \frac{1}{4}(3z_G + z_B) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N = \frac{1}{4}\left(3 \cdot \frac{4}{3} + 2\right) \\ y_N = \frac{1}{4}(3 \cdot 2 + 1) \\ z_N = \frac{1}{4}(3 \cdot 1 + 3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N = \frac{3}{2} \\ y_N = \frac{5}{4} \\ z_N = \frac{3}{2} \end{cases} \text{ Nên } N\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{4}; \frac{3}{2}\right).$$

$$\text{Vậy tọa độ điểm } M\left(0; \frac{5}{4}; \frac{3}{2}\right). \text{ Hay } 2b + c = 4.$$

Câu 6 (VD):

Phương pháp:

Tính một của mẫu số liệu ghép nhóm.

Cách giải:

Bảng đã hiệu chỉnh.

Nhóm chứa một của mẫu số liệu trên là nhóm $[18; 22)$.

$$\text{Do đó } u_m = 18, n_{m-1} = 78, n_m = 120, n_{m+1} = 45, u_{m+1} - u_m = 22 - 18 = 4.$$

Một của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$M_o = 18 + \frac{120 - 78}{(120 - 78) + (120 - 45)} \cdot 4 = \frac{758}{39} \approx 19,4$$

Dựa vào kết quả trên ta có thể dự đoán rằng nếu công ty xây nhà ở mức giá 19,4 triệu đồng /m² thì sẽ có nhiều người có nhu cầu mua nhất.